

Ukázka písemného testu z matematiky

Zadání

- 1) V množině všech reálných čísel řešte rovnici
 $\sqrt{3x+10} - \sqrt{x+4} = 2$
a uveďte podmínky řešitelnosti.
- 2) V množině všech reálných čísel řešte rovnici
 $\log(x+13) - \log(x-3) = \log(x+4)$
a uveďte podmínky řešitelnosti.
- 3) V množině všech reálných čísel řešte nerovnici
 $\frac{3x+1}{4x-3} \leq 1$.
- 4) V množině všech reálných čísel řešte rovnici
 $2 \cdot \sin^2 x + \sqrt{3} \cdot \sin x = 0$.
- 5) Určete bod P , který je průsečíkem přímk $x + 3y + 2 = 0$ a
 $2x - 3y - 5 = 0$. Dále napište rovnici přímky, která prochází
tímto bodem P a je kolmá k přímce $5x - 3y + 1 = 0$.

Každý příklad je hodnocen 0-6 body podle stupně rozpracovanosti.

Řešení

$$\begin{aligned} 1) \quad \sqrt{3x+10} - \sqrt{x+4} &= 2 & 3x+10 &\geq 0 \\ \sqrt{3x+10} &= 2 + \sqrt{x+4} & x+4 &\geq 0 \\ 3x+10 &= 4 + 4\sqrt{x+4} + x+4 \\ 2x+2 &= 4\sqrt{x+4} \\ x+1 &= 2\sqrt{x+4} \\ x^2 + 2x + 1 &= 4(x+4) \\ x^2 - 2x - 15 &= 0 \\ (x-5)(x+3) &= 0 \\ x_1 = 5, x_2 &= -3 \end{aligned}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{ll} x_1 = 5 & x_2 = -3 \\ L_1 = \sqrt{15+10} - \sqrt{5+4} = 2 & L_2 = \sqrt{-9+10} - \sqrt{-3+4} = 0 \\ P_1 = 2 & P_2 = 2 \\ L_1 = P_1 & L_2 \neq P_2 \end{array}$$

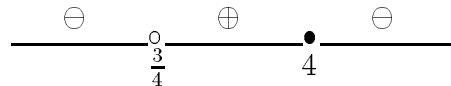
Výsledek: $x = 5$

2

$$\begin{aligned}
2) \quad \log(x+13) - \log(x-3) &= \log(x+4) & x+13 > 0 \\
\log \frac{x+13}{x-3} &= \log(x+4) & x-3 > 0 \\
x+13 &= (x+4)(x-3) & x+4 > 0 \\
x+13 &= x^2 + x - 12 & \text{tj.} \\
x^2 - 25 &= 0 & x > 3 \\
x_{1,2} &= \pm 5
\end{aligned}$$

Výsledek: $x = 5$

$$\begin{aligned}
3) \quad \frac{3x+1}{4x-3} &\leq 1 \\
\frac{3x+1-4x+3}{4x-3} &\leq 0 \\
\frac{4-x}{4x-3} &\leq 0
\end{aligned}$$

Výsledek: $x \in (-\infty, \frac{3}{4}) \cup (4, \infty)$

$$\begin{aligned}
4) \quad 2 \cdot \sin^2 x + \sqrt{3} \cdot \sin x &= 0 \\
\sin x(2 \sin x + \sqrt{3}) &= 0 \\
\sin x &= 0 & 2 \sin x + \sqrt{3} &= 0 \\
x_1 &= k\pi & \sin x &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\
& & x_2 &= \frac{4}{3}\pi + 2k\pi \\
& & x_3 &= \frac{5}{3}\pi + 2k\pi
\end{aligned}$$

Výsledek: $x_1 = k\pi, x_2 = \frac{4}{3}\pi + 2k\pi, x_3 = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi, k \in Z.$

$$\begin{aligned}
5) \quad x + 3y + 2 &= 0 & 5x - 3y + 1 &= 0 \\
2x - 3y - 5 &= 0 \\
\hline
3x &= 3 & 3x + 5y + c &= 0 \\
x &= 1 & 3 - 5 &= -c \\
& & c &= 2 \\
3y + 3 &= 0 \\
y &= -1
\end{aligned}$$

Výsledek: $P = [1, -1], 3x + 5y + 2 = 0.$